

地盤模型実験と相似則

関西大学

環境都市工学部 都市システム工学科

飛田哲男

もくじ

- 支配方程式による地盤模型実験の相似則の導出
 - 1G場の相似則
 - 遠心場の相似則
 - 拡張型相似則
- 拡張型相似則の適用例: 液状化と「津波」の影響を受ける杭基礎を有する建物の挙動

支配方程式による相似則の導出

例) 弾性体の基礎方程式

力のつり合い式 $\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \quad \dots \textcircled{1}$

変位-ひずみ関係 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots \textcircled{2}$

構成式 $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \dots \textcircled{3}$

◆ 実物と模型の物理量に下記の比例関係が成立つとする。

$$(x_i)_p = \lambda (x_i)_m, (\sigma_{ij})_p = \lambda_\sigma (\sigma_{ij})_m, (u_i)_p = \lambda_u (u_i)_m, (C_{ijkl})_p = \lambda_C (C_{ijkl})_m$$

$$(\rho_i)_p = \lambda_\rho (\rho_i)_m, (g_i)_p = \lambda_g (g_i)_m, (\varepsilon_i)_p = \lambda_\varepsilon (\varepsilon_i)_m, (t_i)_p = \lambda_t (t_i)_m$$

式①が実物の物理量を対象としたものであるとすれば,

$$\frac{\partial(\sigma_{ij})_p}{\partial(x_j)_p} + (X_i)_p = (\rho_i)_p \frac{\partial^2(u_{ij})_p}{\partial(t_i)_p^2} \quad \dots \textcircled{4}$$

各物理量の比例関係を代入すると,

$$\frac{\lambda_\sigma}{\lambda} \frac{\partial(\sigma_{ij})_m}{\partial(x_j)_m} + \lambda_\rho \lambda_g (X_i)_m = \lambda_\rho \frac{\lambda_u}{\lambda_t^2} (\rho)_m \frac{\partial^2(u_{ij})_m}{\partial(t_i)_m^2} \quad \dots \textcircled{5}$$

力のつり合い式は模型の物理量に対しても成り立つので,

$$\frac{\partial(\sigma_{ij})_m}{\partial(x_j)_m} + (X_i)_m = (\rho_i)_m \frac{\partial^2(u_{ij})_m}{\partial(t_i)_m^2} \quad \dots \textcircled{6}$$

したがって、式⑤、⑥の係数を比較することにより、

$$\frac{\lambda_\sigma}{\lambda} = \lambda_\rho \lambda_g = \lambda_\rho \frac{\lambda_u}{\lambda^2} \quad \dots \textcircled{7}$$

ここで式⑦の左の等式により、応力の相似則は、

$$\lambda_\sigma = \lambda \lambda_\rho \lambda_g \quad \dots \textcircled{8}$$

同様に、式②、③より、時間、変位、剛性に関する相似則は以下のように入れられる。

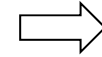
$$\lambda_t = \left(\frac{\lambda \lambda_\varepsilon}{\lambda_g} \right)^{0.5} \quad \dots \textcircled{9}$$

$$\lambda_u = \lambda \lambda_\varepsilon \quad \dots \textcircled{10}$$

$$\lambda_C = \frac{\lambda \lambda_\rho \lambda_g}{\lambda_\varepsilon} \quad \dots \textcircled{11}$$

1G場模型実験に関する相似則 (Iai 1989)

長さ $\lambda = \mu$
 加速度 $\lambda_g = 1$
 密度 $\lambda_\rho = 1$
 ひずみ $\lambda_\varepsilon = \mu^{0.5}$



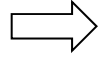
時間 $\lambda_t = \left(\frac{\lambda \lambda_\varepsilon}{\lambda_g} \right)^{0.5} = \mu^{0.75}$
 変位 $\lambda_u = \lambda \lambda_\varepsilon = \mu^{1.5}$
 剛性 $\lambda_C = \frac{\lambda \lambda_\rho \lambda_g}{\lambda_\varepsilon} = \mu^{0.5}$
 応力 $\lambda_\sigma = \lambda \lambda_\rho \lambda_g = \mu$

問題点

- 長さや変位の相似係数が異なる→縮尺が大きくなるほど両者はかい離
- 寸法効果: 通常、土粒子は縮尺に合わせて小さくしないので、粒径と構造物模型の相対的な大きさによっては、変形モードが実際と異なる可能性がある。→Modelling of modelsにより確認する

遠心場模型実験に関する相似則

長さ $\lambda = \eta$
 加速度 $\lambda_g = 1/\eta$
 密度 $\lambda_\rho = 1$
 ひずみ $\lambda_\varepsilon = 1$
 応力 $\lambda_\sigma = 1$



時間 $\lambda_t = \left(\frac{\lambda \lambda_\varepsilon}{\lambda_g} \right)^{0.5} = \eta$
 変位 $\lambda_u = \lambda \lambda_\varepsilon = \eta$
 剛性 $\lambda_C = \frac{\lambda \lambda_\rho \lambda_g}{\lambda_\varepsilon} = 1$

問題点

半径方向に遠心加速度が異なるため、模型地盤に作用する重力(遠心力)が深さごとに異なる。このため、水面や液状化後の地表面が装置の回転面に沿って円弧を描く。→半径の大きな装置を使う。土槽長手方向を回転面に対し垂直に置く。

粘性流体を用いる理由(Viscous scaling)

遠心場における時間 t の相似則(1)

過剰間隙水圧の消散過程は圧密現象に支配される(地盤内浸透問題)。実物と模型とで同じ土を使うとすれば、圧密係数 c_v が等しい(2)。ここで、 k 透水係数、 ρ 間隙流体の密度、 g 重力加速度、 m_v 体積弾性係数である。

また、消散時間に関する相似則は、実物と模型とで時間係数 $T_v = \frac{k}{H}$ が等しいことから導かれる。しかし、この場合、時間は $1/N^2$ の相似則に従うことになる(3)。

この矛盾を解決するため、地盤模型実験では粘性流体が用いられる。動粘性係数 $\nu (= \mu/\rho)$ を N 倍することにより(透水係数を $1/N$ とし(4))、圧密係数 k の相似則を $1/N$ とすることで(5)、時間の相似則を一致させる(6)。

式(1)と(3)の時間の相似則に矛盾!

$$t_m = \frac{t_p}{N} \quad (1)$$

$$c_{v,m} = c_{v,p} \left(= \frac{k}{\rho g m_v} \right) \quad (2)$$

$$t_m = \frac{d_m^2}{c_{v,m}} = \frac{(d_p/N)^2}{c_{v,p}} = \frac{t_p}{N^2} \quad (3)$$

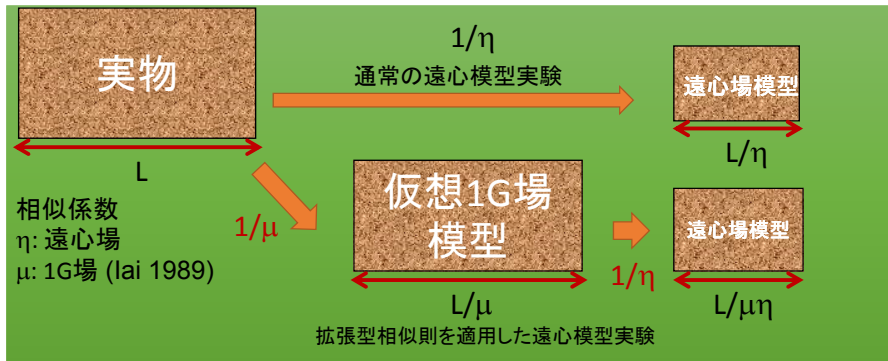
$$k = \frac{K \rho g}{N \mu} = \frac{K g}{N \nu} \quad (4)$$

$$c_{v,m} = \frac{c_{v,p}}{N} \quad (5)$$

$$t_m = \frac{d_m^2}{c_{v,m}} = \frac{(d_p/N)^2}{c_{v,p}/N} = \frac{t_p}{N} \quad (6)$$

拡張型相似則 (Iai et al. 2005)

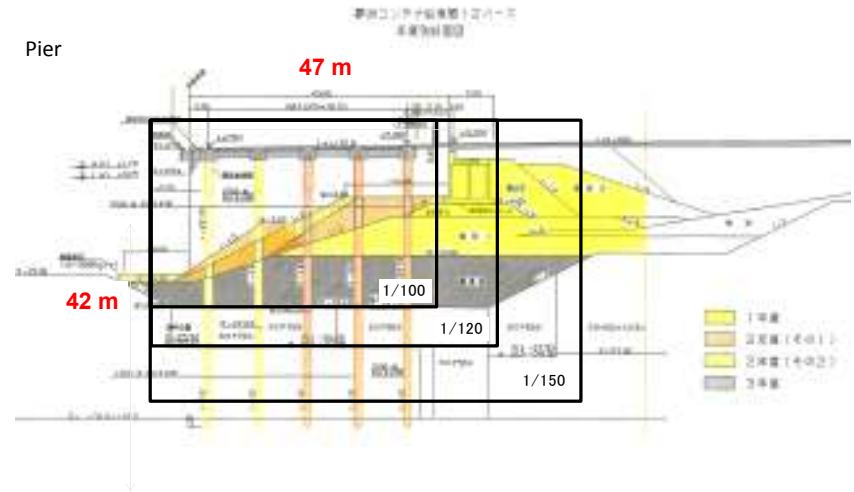
拡張型相似則を適用した模型実験とは、遠心場で行う1G場の模型実験である。



Is physical modeling possible for large prototypes?

土槽サイズに制限あり: 45 W x 30H x 15D (cm)

大縮尺 = 精度低い + 装置の容量にも限度あり



拡張型相似則

(Iai et al. 2005)

	(1) Scaling factors for 1g test	(2) Scaling factors for centrifuge test	(3) Generalized scaling factors
Length	μ	η	$\mu\eta$
Density	1	1	1
Time	$\mu^{0.75}$	η	$\mu^{0.75}\eta$
Frequency	$\mu^{-0.75}$	$1/\eta$	$\mu^{-0.75}/\eta$
Acceleration	1	$1/\eta$	$1/\eta$
Velocity	$\mu^{0.75}$	1	$\mu^{0.75}$
Displacement	$\mu^{1.5}$	η	$\mu^{1.5}\eta$
Stress	μ	1	μ
Strain	$\mu^{0.5}$	1	$\mu^{0.5}$
Stiffness	$\mu^{0.5}$	1	$\mu^{0.5}$
Permeability	$\mu^{0.75}$	η	$\mu^{0.75}\eta$
Pore pressure	μ	1	μ
Fluid Pressure	μ	1	μ

拡張型相似則に関する既往の研究 (Modelling of modelsによる相似則の検証)

- 飛田哲男, 井合進, 大内俊介. (2015). "津波と液状化の複合作用による杭基礎を有する建築物の転倒メカニズム." 自然災害科学, 34(1), 23-39.
- Tobita, T. and Iai, S. (2015) New modelling of models for dynamic behavior of a pile foundation. The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (15ARC), Fukuoka, Japan <http://doi.org/10.3208/jgssp.JPN-026>.
- Tobita, T., Escoffier, S., Chazelas, J. L., and Iai, S. (2014). "Verification of the generalized scaling law for flat layered sand deposit." Geotechnical Engineering Journal of the South Asian Geotechnical Society, 45(3), 32-39.
- Tobita, T. (2014). "Combined effect of earthquake and tsunami on failure of a pile supported building." Geotechnics for Catastrophic Flooding Events - Iai (Ed), Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-02709-1, 451-458.
- 飛田哲男, 井合進. (2014). "津波による湾口防波堤の被災メカニズム." Kansai Geo-Symposium 2014—地下水地盤環境・防災・計測技術に関するシンポジウム—, 107-112.
- Tobita, T., Iai, S., von der Tann, L. and Yaoi, Y. (2011). "Application of the generalised scaling law to saturated ground." International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 11(4), 138-155.
- Tann, L. v. d., Tobita, T., and Iai, S. (2010). "Applicability of two stage scaling in dynamic centrifuge tests on saturated sand deposits." 7th International Conference on Physical Modelling in Geotechnics (ICPMG 2010), Springman, Laue & Seward (Eds), 191-196.
- Tobita, T., Iai, S., and Noda, S. (2009). "Study on generalized scaling law in centrifuge modeling with flat layered media." Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (17th ICSMGE), M. Hamza et al. (Eds.), Alexandria, Egypt, 664-667.
- Iai, S., Tobita, T., and Nakahara, T. (2005). "Generalized scaling relations for dynamic centrifuge tests." Géotechnique, 55(5), 355-362.

杭基礎を有する建物の津波と液状化による 倒壊メカニズム

(飛田他, 自然災害科学, 2015)

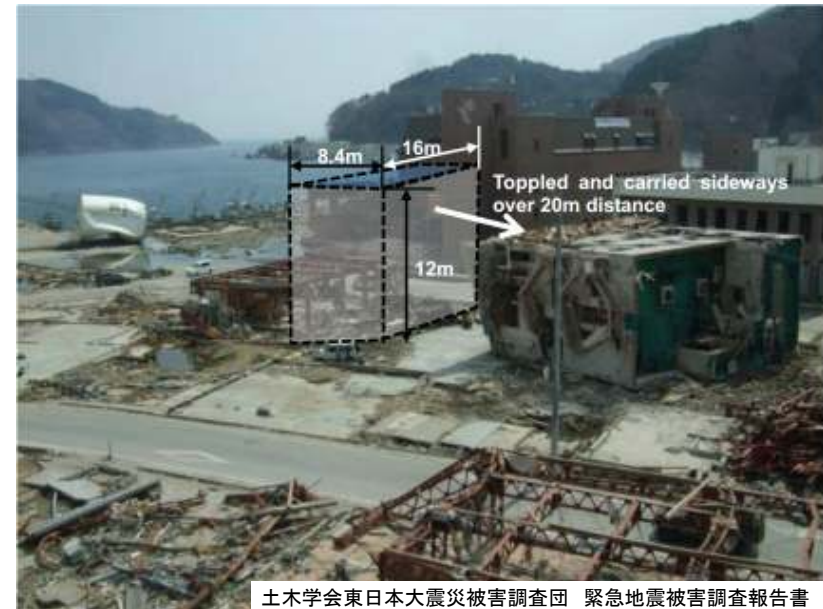


- 女川町では、**杭基礎**を持つ鉄骨造（S造）、鉄筋コンクリート（RC造）の**建物**が津波により**倒壊**した。
- 液状化と津波の**複合的な要因**で、**建物**が**倒壊**する**危険性**があることが実験的に示す。
- 拡張型相似則を適用し、1/200縮尺の模型について20Gの遠心場で実験
- 地盤については、間隙水圧の消散時間を実物に合わせるため水の粘性の113倍の粘性流体で飽和（Viscous scaling）
- 津波は上水でダムブレイク方式で与える

宮城県女川町



倒壊した杭基礎を有する鉄骨造建物
宮城県女川町



倒壊した杭基礎を有する鉄骨造建物
宮城県女川町



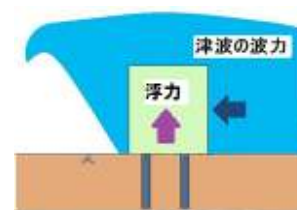
土木学会東日本大震災被害調査団 緊急地震被害調査報告書 江島共済会館

本研究の目的

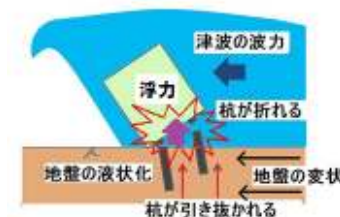
杭基礎を持つS造, RC造建物が倒壊した可能性

液状化と津波の複合作用

遠心模型実験により, 被災原因を調べる.



津波のみ



地盤液状化+津波

遠心力载荷装置

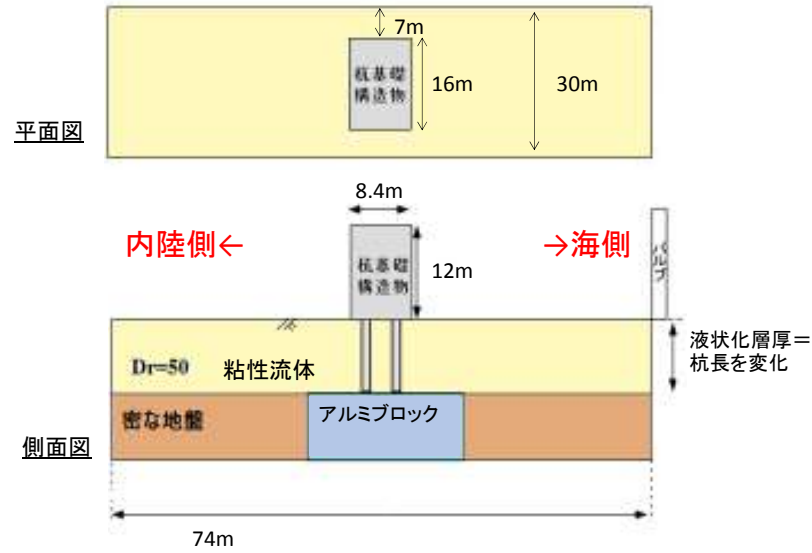
- 地盤・構造物系の挙動を正確に把握するための模型実験に使用する装置
- 相似則により拘束圧依存性を示す土の**応力-ひずみ関係**を忠実に再現
- 大規模な土木・建築構造物の挙動を**縮小モデル**で再現

防災研究所の遠心力载荷装置 (2号機2010年から)

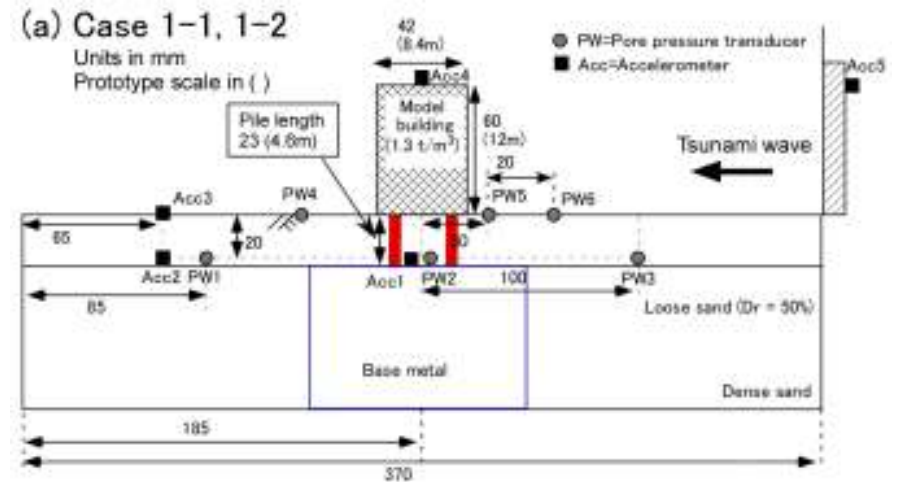
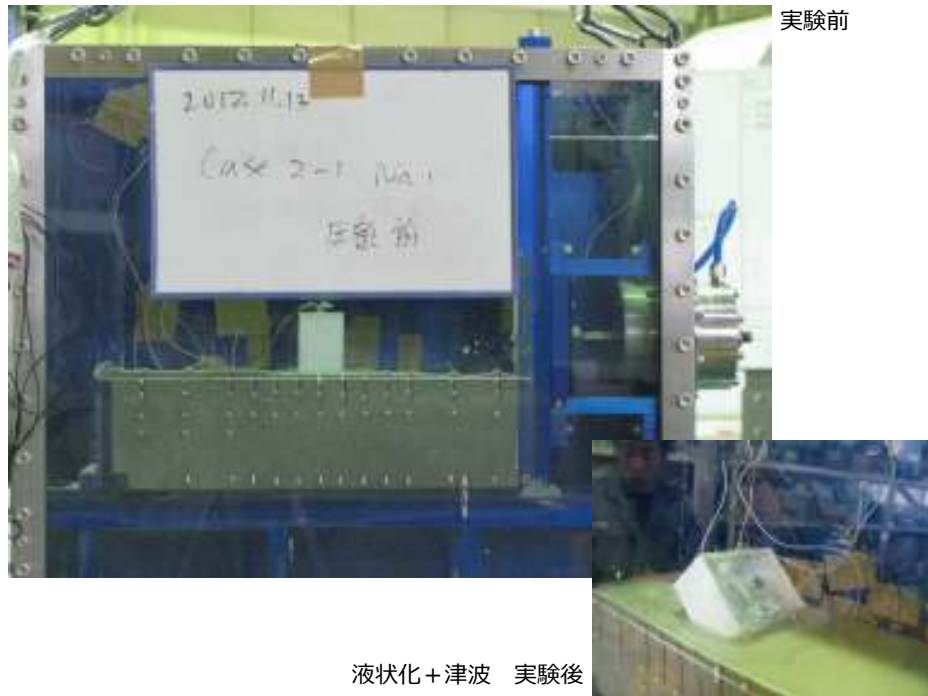
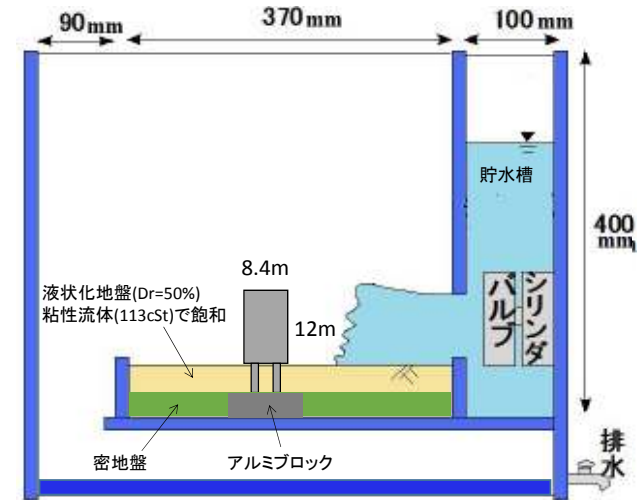


	実物	相似則 ⇒ 1/Nに縮尺する	遠心場模型	1G場模型
地盤 (模型)				
作用する重力/遠心加速度	↓ 1 G		↓ N G (N>1)	↓ 1 G
深さzの上載圧 (拘束圧)	$\rho g z$		$\rho(Ng)(z/N) = \rho g z$	$\rho g z / N$
応力-ひずみ関係				

杭基礎を有する建物の津波と液状化による倒壊メカニズム解明のための遠心模型実験



実験土槽



杭基礎構造物模型について

建物部分
(42×80×60(mm), 密度: 1.3 t/m³)



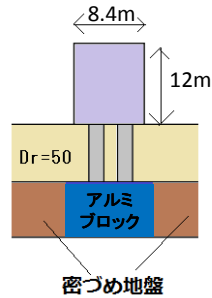
杭(ステンレス鋼, 4本)
(直径6 mm, 密度: 7.93t/m³)



=



- ・建物部分と4本の杭は剛結
- ・加振による沈下を防ぐため、アルミブロック上に設置
- ・液状化地盤の層厚は杭長に合わせる



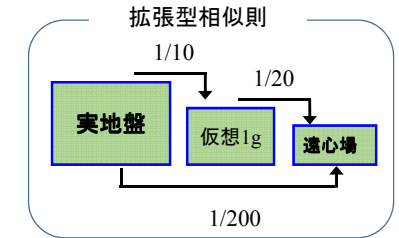
実験ケース

実験ケース	杭長(mm)	過剰間隙水圧
Case 1-1	43	残留
Case 1-2	43	消散
Case 2-1	23	残留
Case 2-2	23	消散
Case 3-1	83	残留
Case 3-2	83	消散

→ 杭長：3ケース
津波到達時の液状化：有無

使用した砂：珪砂7号
相対密度：50%

入力波・・・実物換算で
加速度振幅250 gal, 振動数0.53Hz,
繰り返し回数100回の正弦波



lai et al. (2005)

津波流速に関する相似則

Froude number=(flow velocity)/(Wave velocity)

$$Fr = \frac{V_p}{\sqrt{g_p L_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{g_m L_m}}$$

p: prototype/m: model

Subcritical flow: Fr<1
Supercritical flow: Fr>1

	Flow velocity	Water depth	Froude number	
	m/s	m	Fr	
女川町の津波流速	3.22	11.0	0.31	Real
実験時の津波流速 (実物換算値: 拡張型相似則)	3.56	9.10	0.38	Model

流速に関する相似則

フルード則

$$V_p = \frac{\sqrt{g_p L_p}}{\sqrt{g_m L_m}} V_m = \frac{\sqrt{1 \times 1}}{\sqrt{\eta \times \frac{1}{\mu \times \eta}}} = \mu^{0.5} \times V_m$$

拡張型相似則

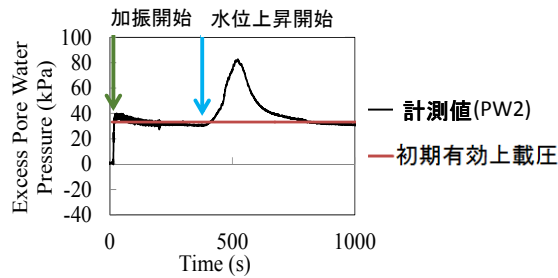
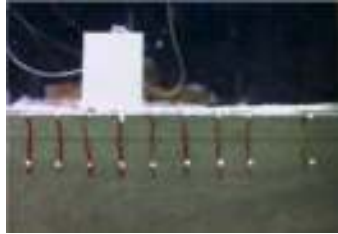
$$V_p = \mu^{0.75} \times V_m \quad (\text{約1.8倍過大評価})$$

	Flow velocity	Water depth	Froude number
	m/s	m	Fr
女川町の津波流速	3.22	11.0	0.31
実験時の津波流速 (実物換算値: 拡張型相似則) (女川での計測値3.22m/sの約1.1倍)	3.56	9.10	0.38

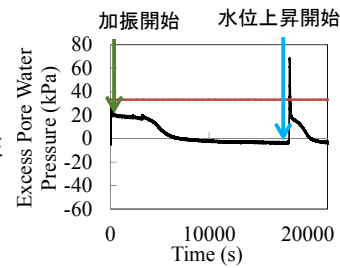
(再掲)

過剰間隙水圧の有無による比較

Case 1-1
(過剰間隙水圧: 残留 = 液状化)



Case 1-2
(過剰間隙水圧: 消散)



杭長(液状化層厚)の違い

Case 2-1
(杭長: 23mm)



傾斜角: 50°

Case 1-1
(杭長: 43mm)



傾斜角: 45°

Case 3-1
(杭長: 83mm)



傾斜角: 35°

模型上面から撮影した高速度カメラ画像

過剰間隙水圧: 残留 = 液状化



Case 2-1
(杭長: 23mm)

(過剰間隙水圧: 消散)



Case 2-2
(杭長: 23mm)

ダムブレーク方式で与えた波力が、実際の波力と等価かどうか不明。

まとめ

- 支配方程式による地盤模型実験の相似則の導出
 - 1G場の相似則(長さと変位の縮尺の相違, 寸法効果など)
 - 遠心場の相似則(半径方向の加速度, Viscous scalingなど)
 - 拡張型相似則(遠心場で行う1G場模型実験)
- 拡張型相似則の適用例: 液状化と「津波」の影響を受ける杭基礎を有する建物の挙動(波力が現実と等価であるか?)